

## Глава 1. Классические и полуклассические подходы к анализу столкновений тяжелых ионов

В настоящей главе излагаются модели и методы анализа ядерных реакций с тяжелыми ионами, основанные на решении классических уравнений движения, учитывающих реалистические формы ядро-ядерного потенциала взаимодействия, действие диссипативных и стохастических сил и применяемые в широком диапазоне масс и энергий сталкивающихся частиц. Обсуждаются границы применимости этих подходов, некоторые результаты и выводы, вытекающие из этих моделей. Даны определения феноменологических ядро-ядерных потенциалов, часто используемых в классических подходах. Сделан краткий обзор методов анализа нелинейных динамических систем и их применения к анализу ядерной динамики.

### 1.1. Двухтельная классическая модель ядро-ядерного столкновения

В рамках простейшей двухтельной классической модели, сталкивающиеся тяжелые ионы трактуются как взаимодействующие заряженные частицы с массами и зарядами  $A_1, Z_1$  и  $A_2, Z_2$ . Движение этих частиц описывается классическими уравнениями Ньютона. Потенциальная энергия взаимодействия тяжелых ионов строится из двух частей: кулоновского  $V_C$  и ядерного  $V_N$  потенциалов. Точный вид и величина межъядерного взаимодействия до сих пор не установлены, поэтому обычно используются феноменологические потенциалы (см. раздел 1.5). В случае плоской геометрии (центральные силы, см. Рис. 1.1) мы имеем всего две степени свободы: относительное межъядерное расстояние  $r$  и полярный угол  $\varphi$ . В системе центра масс это соответствует рассеянию точечной частицы массы  $\mu = A_1 A_2 / (A_1 + A_2)$  на потенциальном центре. Кулоновский потенциал  $V_C(r)$  обычно выбирают в виде взаимодействия заряженной точечной частицы  $Z_1 e$  с заряженной сферой  $Z_2 e$  радиуса  $R_C \sim R_1 + R_2$  (здесь  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы сталкивающихся ядер), короткодействующий ядерный потенциал  $V_N(r)$  в виде, например, потенциала Вудса-Саксона или «proximity» (см. раздел 1.5).

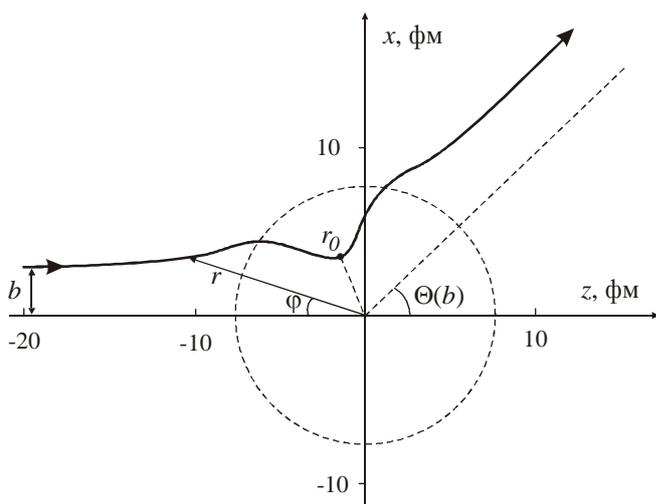


Рисунок 1.1 Траектория рассеяния ядер  $^{28}\text{Si}$  на мишени  $^{24}\text{Mg}$  в ц.м. системе при энергии  $E_{\text{ц.м.}} = 30$  МэВ и прицельном параметре  $b = 2.5$  фм, ядерное взаимодействие выбрано в виде «proximity» потенциала. На рисунке показаны угол отклонения траектории  $\Theta(b)$ , точка поворота  $r_0(b)$  и прицельный параметр столкновения  $b$ .

Гамильтониан такой системы имеет вид

$$H = \frac{p_r^2}{2\mu} + \frac{p_\varphi^2}{2\mu r^2} + V_C(r) + V_N(r),$$

где  $p_r = \hbar k_r$  и  $p_\varphi = \hbar l$  – моменты, сопряженные  $r$  и  $\varphi$ , соответственно. Отсюда легко получить систему классических уравнений движения

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i}, \quad (1.1)$$

где  $\mathbf{q} \equiv \{r, \varphi\}$ , а  $\mathbf{p} \equiv \{p_r, p_\varphi\}$ . В такой простейшей постановке, с учетом центрально-сти потенциала взаимодействия  $V(r)$  и законов сохранения энергии  $E$  и углового момента  $l$  дифференциальные уравнения движения (1.1) могут быть проинтегрированы в явном виде [27]

$$\varphi(r, b) = \int_r^\infty \frac{b}{r^2} \frac{dr}{\sqrt{1 - V(r)/E - b^2/r^2}}, \quad (1.2)$$

где  $b = l/\sqrt{2\mu E}$  – прицельный параметр траектории. Функция угла отклонения частицы (см. Рис. 1.1) имеет вид

$$\Theta(b) = \pi - 2\varphi(b, r_0), \quad (1.3)$$

где  $r_0(b)$  – классическая точка поворота, в которой подкоренное выражение в (1.2) обращается в ноль. Для чисто кулоновского взаимодействия  $V(r) = Z_1 Z_2 e^2 / r = \alpha / r$  интеграл (1.2) можно вычислить аналитически [27]

$$\varphi_C(b) = \arccos \left( \frac{\alpha/2Eb}{\sqrt{1 + (\alpha/2Eb)^2}} \right), \Rightarrow b^2 = \left( \frac{\alpha}{2E} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_C. \quad (1.4)$$

Дифференциальное сечение рассеяния в классической механике определяется выражением [27]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\Theta) = \frac{b(\Theta)}{\sin(\Theta)} \left| \frac{db(\Theta)}{d\Theta} \right|, \quad (1.5)$$

откуда с учетом (1.3) и (1.4) легко получить формулу Резерфорда для сечения рассеяния кулоновским полем

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega}(\Theta) = \left( \frac{\alpha}{4E} \right)^2 \sin^{-4} \left( \frac{\Theta}{2} \right) \quad (1.6)$$

В случае произвольного потенциала  $V(r)$  решение уравнения (1.2) может быть найдено численно. На рисунке 1.2а изображено поле классических траекторий рассеяния  $^{56}\text{Fe} + ^{58}\text{Ni}$  с энергией  $E_{\text{цм}} = 250$  МэВ. Функция угла отклонения  $\Theta(b)$  для этой реакции представлена на Рис. 1.2б. Процессы упругого (и квази-упругого) рассеяния являются периферическими, т.к. столкновения с малыми прицельными параметрами, приводящие к большому перекрытию ядер и перераспределению между ними энергии и массы, дают вклад в сечение других каналов реакции, например, полного слияния. Учесть это в рамках классической модели можно, введя вероятность поглощения (или ухода в другой канал реакции) для траектории с данным  $b$

$$P_{\text{abs}}(b) = 1 - \exp \left( - \int_{tr} \frac{2W(r)dr}{\hbar v(r,b)} \right), \quad (1.7)$$

где  $v$  – скорость относительного движения ядер,  $W(r)$  – мнимая часть оптического потенциала, описывающая поглощение и связанная со средней длиной свободного пробега соотношением  $\lambda = -\hbar v/2W$ . Интеграл в (1.7) берется вдоль траектории. Необходимо также учесть, что в общем случае вклад в сечение при данном  $\Theta$  могут давать несколько траектории с различными прицельными параметрами  $b$ . Таким образом, формула (1.5) должна быть записана в виде суммы по этим траекториям

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\Theta) = \sum_{tr} \frac{b(\Theta)}{\sin(\Theta)} \left| \frac{db(\Theta)}{d\Theta} \right| \times (1 - P_{\text{abs}}(b)). \quad (1.8)$$

На Рис. 1.2а,б заштрихованные области соответствуют области сильного поглоще-

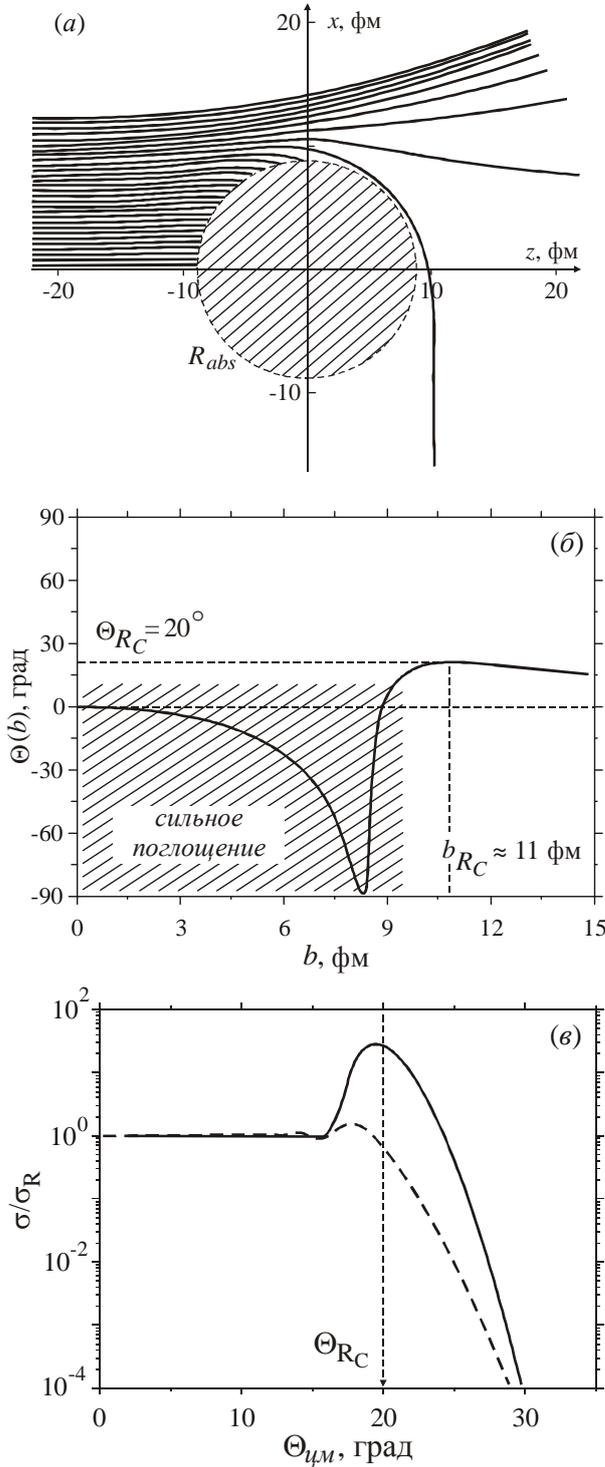


Рисунок 1.2 (а) – Поле классических траекторий для рассеяния  $^{56}Fe + ^{58}Ni$  с энергией  $E_{цм} = 250$  МэВ, рассчитанное для потенциала Вудса-Саксона с параметрами:  $V_0 = 180$  МэВ,  $R_V = 8.85$  фм,  $a_V = 0.9$  фм. (б) – Функция угла отклонения для той же реакции, что и на рисунке а. Заштрихованные области на Рис. (а, б) – области сильного поглощения, не дающие вклад в сечение рассеяния (см. текст). (в) – Сечение упругого рассеяния, рассчитанное в рамках полуклассического подхода [161] (сплошная кривая) и оптической модели (штриховая кривая) для той же реакции. Пунктирной линией показан угол кулоновского радужного рассеяния. Расчеты сделаны с учетом мнимой части потенциала в виде форм-фактора вудс-саксановского типа с параметрами:  $W_0 = 35$  МэВ,  $R_W = 9.24$  фм,  $a_W = 1$  фм.

ния, т.е. дающие сравнительно малый вклад в сечение упругого рассеяния.

Классическое сечение (1.8) как функция угла рассеяния в случае произвольного потенциала ядро-ядерного взаимодействия содержит несколько особых точек,

с которыми связаны реально наблюдаемые физические явления: радужное рассеяние, орбитирование и gloria.

*Радужное рассеяние* связано с обращением в ноль производной  $d\Theta(b)/db|_{b_R} = 0$ . Соответствующий угол  $\Theta_{\bar{R}} = \Theta(b_R)$  называется углом радужного рассеяния. Явление радужного рассеяния заключается в том, что множество траекторий с близкими по величине прицельными параметрами фокусируется в окрестности одного угла рассеяния. Кроме того, угол  $\Theta_R$  отделяет область классически разрешенных углов рассеяния  $|\Theta| \leq |\Theta_R|$  от недоступной, так называемой «теневого» области  $|\Theta| > |\Theta_R|$ .

Различают два вида радужного рассеяния, обусловленные доминирующим влиянием кулоновских или ядерных сил. На рисунках 1.2б и 1.3а изображены функции угла отклонения, отвечающие кулоновскому и ядерному радужному рассеянию при углах  $\Theta_{RC}$  и  $\Theta_{RN}$ , соответственно. Классическое дифференциальное сечение рассеяния, рассчитанное по формуле (1.8), обращается в бесконечность при  $\Theta = \Theta_R$ . В этом случае, используя квазиклассическое приближение, можно получить для дифференциального сечения упругого рассеяния следующее выражение [28]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\Theta \approx \Theta_R) \approx \frac{2\pi b_R}{k \sin \Theta} |C|^{-2/3} Ai^2(z) \times [1 - P_{abs}(b_R)], \quad (1.9)$$

где  $k$  – волновое число,  $Ai(z)$  – функция Эйри,  $z = \pm |C|^{-1/3} (\Theta - \Theta_R)$ , а  $C = (2k)^{-2} d^2\Theta/db^2|_{b_R}$ .

Кулоновское радужное рассеяние наиболее ярко проявляется в сечениях упругого рассеяния тяжелых ионов при энергиях несколько больших кулоновского барьера. Углу  $\Theta_{RC}$  соответствует максимальный дифракционный пик в угловом распределении  $\sigma/\sigma_R$ . На рисунке 1.2в приведены сечения упругого рассеяния  $^{56}Fe + ^{58}Ni$  при энергии  $E_{цм} = 250$  МэВ, рассчитанные на основе функции  $\Theta(b)$  (Рис. 1.2б) согласно формуле (1.9) (сплошная кривая) и в рамках квантовой оптической модели с тем же оптическим потенциалом (штриховая кривая). Видно, что классическое сечение вполне удовлетворительно согласуется с точным квантовым расчетом.

«Ядерная радуга» наблюдается обычно в сечениях упругого рассеяния легких ионов и связана с «полупрозрачностью» (слабым поглощением) ядер для траек-

торий с малыми прицельными параметрами, дающими в этом случае заметный вклад в сечение. В сечении упругого рассеяния вблизи  $\Theta_{RN}$  при этом наблюдается широкий максимум. На рисунке 1.3б изображены экспериментально измеренное сечение рассеяния [29] (точки)  ${}^3\text{He} + {}^{14}\text{C}$  при энергии  $E_{\text{лаб}} = 72$  МэВ и сечения, рассчитанные согласно формуле (1.9) (сплошная кривая) на основе классической функции  $\Theta(b)$  (Рис. 1.3а) и в рамках оптической модели с тем же потенциалом (пунктирная кривая).

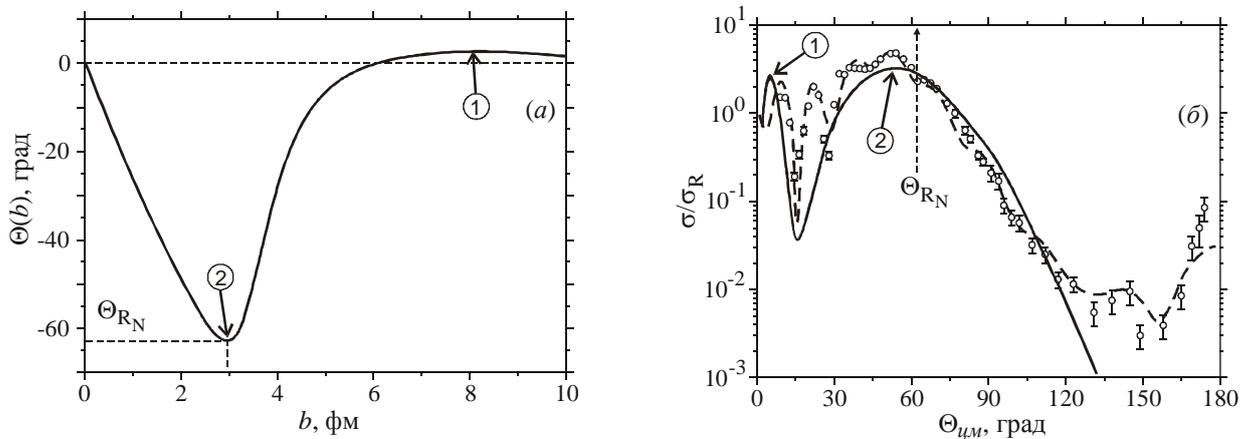


Рисунок 1.3 (а) – Функция угла отклонения для рассеяния  ${}^3\text{He} + {}^{14}\text{C}$  при энергии  $E_{\text{лаб}} = 72$  МэВ, рассчитанная с потенциалом Вудса-Саксона:  $V_0 = 138$  МэВ,  $R_V = 1.7$  фм,  $a_V = 0.86$  фм. (б) – Дифференциальное сечение упругого рассеяния для той же реакции. Точки – экспериментальные данные из работы [29], сплошная кривая – расчет выполненный в полуклассической модели [28] (формулы (1.8) и (1.9)), штриховая кривая – расчет на основе оптической модели с тем же потенциалом. Расчеты сделаны с учетом мнимой части потенциала в виде суммы форм-факторов объемного и поверхностного вудс-саксоновского типа с параметрами:  $W_0 = 3.8$  МэВ,  $R_W = 6.38$  фм,  $a_W = 0.47$  фм и  $W_S = 6.8$  МэВ,  $R_S = 2.44$  фм,  $a_S = 0.43$  фм, соответственно. В квантовом случае дополнительно учитывалось спин-орбитальное взаимодействие в стандартной форме (см. [30]) с параметрами  $V_{SO} = 0.9$  МэВ,  $R_{SO} = 3.7$  фм,  $a_{SO} = 0.44$  фм. Пунктирной стрелкой отмечен угол ядерного радужного рассеяния. Ветви 1 и 2 соответствуют кулоновской и ядерной радугам (а) и их вкладу в сечение (б).

Таким образом, только совместный анализ упругого рассеяния тяжелых ионов в квантовой и классической моделях позволяет дать правильную интерпретацию наблюдаемых эффектов (таких, например, как радужное рассеяние).

Заметим также, что изучение радужного рассеяния легких ионов (именно

«ядерной радуги» в упругом и квазиупругих каналах реакции) позволяет с хорошей точностью установить величину ядерного потенциала взаимодействия на малых расстояниях [31,32], и, тем самым, устранить дискретную неоднозначность выбора параметров оптического потенциала.

Другим классическим эффектом, находящим свое экспериментальное подтверждение при изучении упругого рассеяния тяжелых ионов и глубоко-неупругих реакций является *орбитирование* (или закручивание) [4]. На рисунке 1.4а приведена типичная функция угла отклонения для случая орбитирования. Орбитирование возникает при определенном прицельном параметре  $b_{orb} = l_{orb} / k$ , когда высота эффективного потенциального барьера  $V^{eff}(r, l_{orb}) = V(r) + \hbar^2 l_{orb}^2 / 2\mu r^2$  совпадает с энергией налетающей частицы. При этом классическая частица бесконечно долго вращается вокруг мишени, а функция угла отклонения  $\Theta(b_{orb}) \rightarrow -\infty$ . При увеличении энергии столкновения такая сингулярность переходит в ядерную радугу.

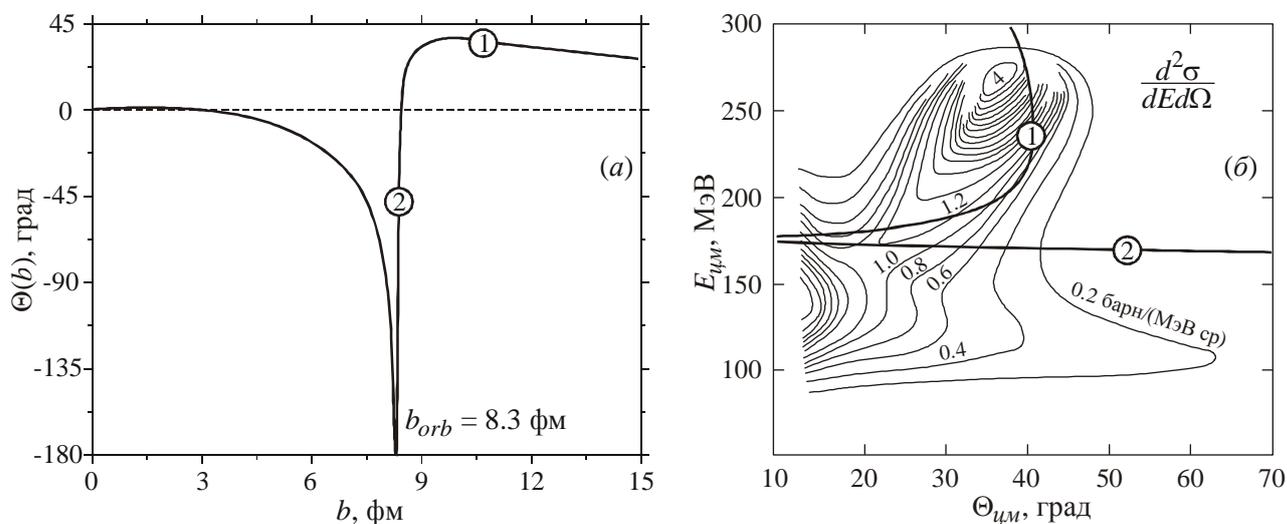


Рисунок 1.4 (а) – Функция угла отклонения для рассеяния  $^{232}\text{Th} + ^{40}\text{Ar}$  при энергии  $E_{\text{цм}} = 331$  МэВ, рассчитанная с потенциалом Вудса-Саксона:  $V_0 = 250$  МэВ,  $R_V = 10.3$  фм,  $a_V = 0.8$  фм. (б) – Экспериментальное двойное дифференциальное сечение реакции  $^{232}\text{Th}(^{40}\text{Ar}, K)$  при  $E_{\text{цм}} = 331$  МэВ в зависимости от энергии и угла вылета продукта реакции [33], сплошная кривая соответствует расчету конечной энергии продукта в зависимости от угла рассеяния по классической модели с феноменологическим трением. Ветви 1 и 2 на рисунках (а) и (б) соответствуют процессам касательного столкновения и орбитирования.

В упругом рассеянии орбитирование должно приводить к почти изотропной компоненте в угловом распределении. Наиболее ярко орбитирование проявляется в глубоко-неупругих столкновениях, когда отклонение на большие (фактически, отрицательные) углы сопровождается большими потерями кинетической энергии. На рисунке 1.4б изображено двойное дифференциальное сечения реакции  $^{232}\text{Th} (^{40}\text{Ar}, K)$  при  $E_{\text{цм}} = 331$  МэВ как функция энергии и угла вылета продукта реакции. Низкоэнергетическая часть экспериментального спектра, распространяющаяся на большие углы, соответствует процессам орбитирования, что подтверждается расчетом конечной энергии фрагментов (сплошная кривая на Рис. 1.4б) в рамках классической модели с феноменологическим трением (раздел 1.3). Ветвь 2 функции  $\Theta(b)$  на Рис. 1.4а соответствует процессам орбитирования, сопровождающимся наибольшими потерями энергии в выходном канале и большими углами вылета.

«Глория» – эффект роста сечения рассеяния для угла  $\theta_{\text{цм}}$  равного  $0^\circ$  и  $180^\circ$ , связанный с обращением в ноль  $\sin\theta_{\text{цм}}$  в знаменателе (1.8). Этот макроскопический эффект, хорошо известный в атмосферной оптике (ореол, сияние), также экспериментально наблюдается и в реакциях тяжелых ионов.

Таким образом, даже упрощенная двухтельная классическая модель позволяет получить важную информацию, а в сочетании с точными подходами достичь более ясного понимания происходящих при столкновении ядер процессов. Учет дополнительных степеней свободы, введение диссипативных и стохастических сил, выбор реалистических потенциалов взаимодействия позволяют значительно расширить область применимости классических моделей.

## 1.2. Учет нуклонных степеней свободы, деформации и вращения ядер

В контексте простейшей двухтельной классической модели столкновения тяжелых ионов под дополнительными степенями свободы можно понимать одночастичные (нуклонные или кластерные) или коллективные (колебательные или вращательные) моды движения ядер. Их введение в систему гамильтоновых уравнений движения может осуществляться независимо или при переходе к классическому

пределу от более сложных дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений при решении задач ядерной динамики. Так, например, решение многомерного дифференциального уравнения Фоккера-Планка в частных производных с многопараметрической функцией Вигнера  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \alpha, \pi_\alpha, Z_p, t)$  в работах [34,35] заменяется решением системы *классических уравнений Ланжевена* для средних величин  $\langle r_i \rangle$ ,  $\langle \alpha_i \rangle$  и т.д. Сравнение результатов решения модельной задачи в рамках уравнений Фоккера-Планка и Ланжевена показало их прекрасное согласие [35], что позволило применять последний подход для решения более сложных задач, когда не удастся с хорошей точностью решить уравнение Фоккера-Планка. Применение этой модели к описанию глубоко-неупругих процессов демонстрирует неплохое согласие с экспериментом (подробнее см. раздел 1.4).

Различные формы кинетических уравнений (уравнения Больцмана, Власова и др.) оперируют понятиями одночастичной функции распределения Вигнера  $f(r_i, p_i, t)$ , которая определяет вероятность обнаружения нуклона с импульсом  $\mathbf{p}$  в точке  $\mathbf{r}$  в момент времени  $t$ . Решение таких уравнений позволяет получить важную информацию о свойствах ядерной материи: о ее вязкости, сжимаемости, об уравнении состояния ядерного вещества. Однако, анализ конечных одночастичных профилей плотности  $f(r_i, p_i, t \rightarrow \infty)$  не позволяет однозначно выделить образующиеся многонуклонные фрагменты, а также их корреляции более высокого порядка, что существенно сужает область применимости данного подхода.

### 1.2.1. Методы классической и квантовой молекулярной динамики

Классическим аналогом кинетического уравнения можно считать модель нерелятивистской *молекулярной классической динамики* [36-39], применяемой для описания столкновений тяжелых ионов при высоких энергиях ( $\sim 500$  МэВ/нуклон). Движение каждого нуклона в сталкивающихся ядрах описывается уравнениями Гамильтона без учета спинов нуклонов, принципа Паули, принципа неопределенности и кулоновских сил. Параметры нуклон-нуклонного потенциала  $V_{NN}$  подбираются так, чтобы наилучшим образом воспроизвести экспериментальное сечение  $n$ - $p$  рас-

сеяния, а также размеры и энергию связи ядра. Конечные распределения продуктов реакции определяются путем усреднения по большому числу разыгранных столкновений. Несмотря на простоту модели, в отличие от ряда микроскопических подходов в ее рамках удается, например, качественно описать угловое распределение продуктов фрагментации, в частности, их большой выход на боковых углах («sidewards flow»). Кроме того, в таком классическом подходе можно приближенно учесть формирование фрагментов с массой  $A > 1$ .

Развитием модели классической молекулярной динамики стала *квантовая молекулярная динамика* (КвМД) [40-44]. В данном подходе каждый нуклон ядра описывается гауссовым волновым пакетом в фазовом пространстве, а движение его центра в самосогласованном поле описывается классическими уравнениями Ньютона. В модели важную роль играет выбор нуклон-нуклонного взаимодействия и процедура задания начальной конфигурации ядер, с тем чтобы многонуклонная система была стабильна в течение времени взаимодействия. Заполнение фазового пространства в ядре производится на основе случайной выборки координат и моментов нуклонов, так чтобы обеспечить правильные энергию связи и размеры ядер. Потенциал взаимодействия нуклонов строится в виде суммы кулоновского потенциала, потенциала Юкавы, а также членов описывающих трехчастичные столкновения. Принцип неопределенности учитывается введением стохастических сил, приводящих к рождению пионов и к перерасеянию нуклонов на случайный угол. При рассеянии учитывается также Паули-блокировка, запрещающая нуклону переход в занятое состояние.

Результаты полученные в рамках модели КвМД находятся в хорошем согласии с расчетами в зависящем от времени методе Хартри-Фока. При высоких энергиях столкновения ( $E_0 \sim 100 \div 1000 A \cdot MэВ$ ) модель показала хорошее согласие с экспериментальными данными для широкого круга характеристик: массовые распределения в реакциях фрагментации, угловые спектры продуктов фрагментации, их множественности и пр. Кроме этого КвМД дает богатую информацию о динамике ядро-ядерных столкновений (о времени релаксации энергии возбуждения, о процес-

се формирования тяжелых фрагментов и т.п.), позволяет сделать ряд важных заключений о фундаментальных свойствах ядерной материи (ее сжимаемости, форме уравнения состояния) [41]. Применение подхода для случая меньших энергий и масс затруднено, в частности, из-за неустойчивости начальной конфигурации и роста влияния внутренней структуры ядер (оболочечных эффектов) на динамику столкновения.

Для изучения кластерных свойств легких и средних ядер и реакций развала был предложен целый ряд моделей, которые можно объединить под названием «малочастичная классическая динамика». В работе [45] изложена простая классическая модель фрагментации ядра снаряда, в которой снаряд рассматривается как двухчастичная подсистема из тяжелого и легкого фрагментов. Ось, соединяющая центры этих фрагментов, ориентирована перпендикулярно к оси пучка, причем легкий фрагмент всегда находится «над» тяжелым. Потенциал взаимодействия фрагментов снаряда, рассчитанный в рамках жидкокапельной модели, дополняется энергией поверхностного взаимодействия («proximity potential») для описания шейки двухядерной системы. Взаимодействие компонент снаряда с ядром мишени описывается суммой кулоновских и поверхностных ядерных сил «proximity». Учитывается также действие сил ядерного трения между мишенью и тяжелым фрагментом. В рамках модели могут реализоваться четыре различных канала реакции, однако модель дает посредственное согласие с экспериментом, в частности, позволяет определить лишь среднее значение энергии фрагментов в выходном канале, которое находится в грубом соответствии с квази-упругими и глубоко-неупругими компонентами экспериментальных спектров.

Развитием работы [45] стала модель, в которой ориентация оси снаряда выбиралась случайно в начальный момент [46]. Это позволило описать общее поведение угловых и энергетических спектров  $\alpha$ -частиц в совпадении с соответствующим снарядоподобным фрагментом для реакции  $^{32}\text{S} (= ^{28}\text{Si} + \alpha) + ^{107}\text{Ag}$  при  $E_0 = 30$  МэВ/нуклон.

Главный недостаток моделей [45,46] состоит в том, что авторы не учитывают

«фермиевского» относительного движения фрагментов в снаряде, в то время, как хорошо известно о сильном влиянии внутриядерного импульсного распределения на энергию испускаемых при его развале частиц [47]. Первая попытка учесть импульсное распределение в ядре снаряда в рамках классической трехчастичной модели была сделана в работе [48]. При описании реакции развала  $^{40}\text{Ar} (= ^{32}\text{S} + \alpha)$  авторы определяют ядро-снаряд как систему двух тел двигающихся по классическим законам, а внутреннюю конфигурацию снаряда на основе квантовой волновой функции, так что  $\alpha$ -частица оказывается локализованной в периферической области снаряда. Авторы [48], в частности, показали, что выход высокоэнергетических  $\alpha$ -частиц в значительной степени определяется связью скорости внутреннего движения  $\alpha$ -частицы в снаряде и скоростью пучка. Отметим однако, что периферическая локализация  $\alpha$ -частицы в классической модели оказывается естественной из-за специфики классической динамики, т.к. классическая вероятность всегда максимальна вблизи внутренней точки поворота.

В работе [49] классическая модель была обобщена для случая развала снаряда на несколько частей. Ядро снаряд представляется в виде объекта, состоящего из  $N$  фрагментов, двигающихся по классическим траекториям, а ядро мишени считается бесструктурным. Данная модель применялась для изучения столкновений легких ионов промежуточных энергий ( $E_0/A \sim \varepsilon_F$ ) с ярко выраженной  $\alpha$ -кластерной структурой, например,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{32}\text{S}$  и др., с тяжелыми мишенями, такими как  $^{197}\text{Au}$ . Как и в классической молекулярной динамике, начальная конфигурация снаряда из  $N$   $\alpha$ -частиц строилась методом случайной выборки с учетом полной энергии связи и спина ядра. Потенциал взаимодействия двух  $\alpha$ -частиц, построенный на основе расчетов в зависящем от времени методе Хартри-Фока, в области большого перекрытия «сшивался» с параболой. Для того, чтобы корректно описать  $\alpha$ - $\alpha$  рассеяние на большие углы, авторы ввели дополнительную случайную силу, перерассеивающую  $\alpha$ -частицы с частотой  $\nu_{rand}$  на случайный угол в системе их центра масс всякий раз, когда расстояние между  $\alpha$ -частицами становится меньше  $r_{rand}$  (параметры  $r_{rand}$  и  $\nu_{rand}$  являются подгоночными).

В модели [49] реализуется большое количество выходных каналов: от упругого рассеяния, полного или частичного развала и до полного слияния, что позволяет изучить широкий спектр процессов, протекающих при тяжело-ионных столкновениях. В рамках модели удалось удовлетворительно описать угловые распределения продуктов распада, а также угловые распределения  $\alpha$ -частиц в совпадении со снарядоподобными фрагментами. Расчеты для различных форм диссипативной функции - поверхностное трение и «window»-трение (см. раздел 1.4) - показали, что наилучшее согласие удастся получить с диссипативным форм-фактором поверхностного типа с сильным радиальным трением.

В конце 80-х начале 90-х гг. эксперименты с вторичными радиоактивными пучками продемонстрировали наличие ряда интересных свойств легких атомных ядер, лежащих на линии ядерной стабильности [50]. В частности, при изучении реакций развала слабосвязанных ядер  ${}^6\text{He}$ ,  ${}^{11}\text{Be}$ ,  ${}^{11}\text{Li}$  было обнаружено существование у них так называемого нейтронного гало - среднеквадратичный радиус распределения нейтронов в ядре значительно превышает его зарядовый радиус. Наряду со стандартными подходами к изучению реакций развала снаряда (PWIA, DWBA, модель Глаубера и др.), используемыми для описания этих процессов, в работах [51,52] предложена малочастичная классическая модель столкновения, построенная в духе работы [49]. Аналогично [49], авторы рассматривают снаряд как  $N$ -частичную систему классических фрагментов, например, в виде  ${}^{11}\text{Be} = {}^{10}\text{Be} + n$ ,  ${}^{11}\text{Li} = {}^9\text{Li} + n + n$  и др. Выбор в качестве выделенных фрагментов нуклонов и тяжелых коров выглядит в случае слабосвязанных ядер вполне оправданным. В модели учтены вероятность поглощения легкой частицы тяжелой мишенью (1.7) и действие диссипативных сил между снарядом и мишенью. Внутренняя пространственная конфигурация снаряда выбирается на основе классической функции распределения - обратно пропорционально относительной скорости фрагментов в данной точке классически разрешенной области.

В рамках данного подхода подробно изучена реакция  ${}^{11}\text{Be} (= {}^{10}\text{Be} + n) + {}^{48}\text{Ti}$  при энергии  $E_0 = 41$  МэВ/нуклон [51,52]. Рассчитанные угловые и энергетиче-

ские распределения фрагментов реакции хорошо согласуются с экспериментом и демонстрируют оправданность применения классических подходов к описанию столкновения легких слабосвязанных ионов.

### 1.2.2. Коллективные моды ядерного движения

Модели, учитывающие основные моды коллективного ядерного движения, хорошо зарекомендовали себя при описании тяжело-ионных столкновений низких энергий ( $E_0 < 10$  МэВ/нуклон). Введение коллективных степеней свободы связано с определенной параметризацией формы ядерной поверхности и с выражением на ее основе потенциальной энергии взаимодействия двух сталкивающихся ядер или делящейся ядерной системы. Форму ядерной поверхности удобно определить в виде мультипольного разложения для радиуса половинной плотности

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left( 1 + \sum_{n, \lambda \mu} \alpha_{n, \lambda \mu} Y_{\lambda \mu}(\theta, \varphi) \right) \quad (1.10)$$

где  $R_0$  – радиус сферического ядра с тем же объемом,  $\alpha_{n, \lambda \mu}$  – динамические параметры, описывающие отклонение формы ядра от сферической. В приближении малости величин  $\alpha_{n, \lambda \mu}$  колебания поверхности ядра могут быть описаны гамильтонианом системы гармонических осцилляторов

$$H_{vib} = \sum_{n, \lambda \mu} \left[ \frac{\pi_{n, \lambda \mu}^2}{2D_{n, \lambda}} + \frac{1}{2} C_{n, \lambda} \left( \alpha_{n, \lambda \mu} - \alpha_{n, \lambda \mu}^{(0)} \right)^2 \right], \quad (1.11)$$

где  $\pi_{n, \lambda \mu}$  – сопряженный  $\alpha_{n, \lambda \mu}$  момент,  $D_{n, \lambda}$  и  $C_{n, \lambda}$  – массовый параметр и параметр жесткости ядра,  $\alpha_{n, \lambda \mu}^{(0)}$  – деформация ядра в основном состоянии. Параметры  $D_{n, \lambda}$  и  $C_{n, \lambda}$  могут быть определены в модели жидкой капли [53]

$$C_{\lambda}^{LD} = \sigma R_0^2 (\lambda - 1)(\lambda + 2) - \frac{3}{2\pi} \frac{Ze^2}{R_0} \frac{\lambda - 1}{2\lambda + 1}, \quad D_{\lambda}^{LD} = \frac{3}{4\pi} \frac{Am_N R_0^2}{\lambda}, \quad (1.12)$$

где  $A$  – число нуклонов в ядре,  $m_N$  – масса нуклона,  $\sigma \approx 0.95$  МэВ фм<sup>-2</sup> – коэффициент поверхностного натяжения ядра. Другой путь нахождения коэффициентов основан на знании экспериментальных значений энергии соответствующей моды

$\varepsilon_{n,\lambda}$  и вероятности электромагнитного перехода  $B(E\lambda)$  из состояний с возбуждением одного вибрационного кванта [53] (с. 304)

$$\varepsilon_{n,\lambda} = \hbar\omega_{n,\lambda} \frac{\hbar\sqrt{C_{n,\lambda}/D_{n,\lambda}}}{C_{n,\lambda}} (2\lambda+1) \frac{9Z^2 e^2 R_0^{2\lambda}}{32\pi^2} \frac{\varepsilon_{n,\lambda}}{B(E\lambda)}. \quad (1.13)$$

Наличие деформации ядра определяет выделенное направление в его собственной системе координат, что позволяет описывать вращение ядра как целого. В реальных расчетах обычно учитывают лишь низколежащие ( $n=1$ ) состояния с мультипольностью  $\lambda \leq 5$ , при этом монопольные ( $\lambda=0$ ) и дипольные моды ( $\lambda=1$ ) не рассматривают, поскольку они приводят к изменению объема ядра и смещению его центра масс, соответственно.

Потенциальная энергия кулоновского взаимодействия двух ядер также может быть разложена в ряд по мультиполям, членами второго порядка по  $\alpha_{n,\lambda\mu}$  в котором часто пренебрегают. Энергия ядерного взаимодействия может быть выбрана в виде фолдинг-потенциала, потенциала «proximity» или в любой другой удобной форме (подробнее см. раздел 1.5), учитывающей деформацию ядерной системы.

Важной степенью свободы является параметр массовой асимметрии, описывающий обмен нуклонами между сталкивающимися ядрами. Учет таких процессов может быть сделан феноменологически, например, на основе работ [54], предполагая, что передача нуклонов приводит к появлению диссипативных сил, которые могут быть выражены через поток ядерного вещества сквозь открывшееся между ядрами «потенциальное окно». Другой способ состоит во введении в уравнение Фоккера-Планка диффузионных членов, описывающих изменение дисперсии и положения максимума массового или зарядового распределений [34]. И, наконец, можно ввести в классические уравнения движения дополнительную динамическую переменную  $\Delta A$  (или  $\Delta Z$ ), описывающую изменение массы (или заряда), например, ядра-снаряда в ходе столкновения [34]. В последнем случае необходимо определить поведение потенциальной энергии взаимодействия при изменении  $\Delta A$ , т.е. определить так называемый драйвинг-потенциал.

Целый ряд полуклассических моделей [19,21,55-59] в той или иной мере учи-

тывают колебательные и вращательные степени свободы в рамках изложенного выше сценария. Такие подходы используются для описания различных ядерно-динамических процессов (см., например, обзорную работу [60]).

Динамические деформации сталкивающихся ядер в сочетании с упрощенной геометрией задачи (ядра всегда ориентированы «нос-к-носу») [61] и учетом стохастических сил [57] (см. раздел 1.4) успешно применялись при исследовании глубоко-неупругих столкновений и процессов слияния. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными для энергий и масс ядер, при которых слабо проявляются квантовые эффекты (оболочечная структура, подбарьерное туннелирование).

Хорошо известно, что при столкновениях легких ионов в области околобарьерных энергий сильная связь каналов приводит к появлению в сечениях различных каналов реакции большого числа узких резонансных состояний [16,62]. Было показано [63], что основную роль при этом играет связь относительного движения с низколежащими коллективными состояниями ядер. Для изучения динамики таких столкновений в работах [19,55,56,59,64] использовалась простая классическая модель, учитывающая статическую деформацию и вращение одного из сталкивающихся ядер. Оказалось, что учет всего одной дополнительной степени свободы (вращение ядра-мишени) при определенных прицельных параметрах приводит систему в хаотический режим рассеяния и ведет к образованию долгоживущих квазимолекулярных состояний двойной ядерной системы, распад которых может быть ответственен за появление резонансов в сечениях (подробно см. главу 2).

### 1.3. Диссипативные ядерные силы

Известно, что сильная связь между коллективными и одночастичными степенями свободы ядер в процессе столкновения приводит к возбуждению последних. Учет в явном виде одночастичных состояний наряду с коллективными модами движения (вращение и/или поверхностные колебания ядер) представляется затруднительным. Однако процесс внутреннего возбуждения ядра может быть учтен фено-

менологически, путем введения ядерных сил трения, описывающих диссипацию кинетической энергии относительного движения во внутренние степени свободы [34, 61,65-68].

Рассмотрим формальный метод введения диссипативных членов в классические уравнения движения [27]. Предварительно необходимо сделать следующее предположение: характерная скорость (или характерное время) внутренних процессов, ответственных за диссипацию энергии, должна значительно превышать характерную скорость коллективных процессов. В этом случае можно считать, что сила трения зависит только от скорости коллективного движения и может быть разложено по ее степеням

$$f_{mp} = -\gamma_0 - \gamma_1 \dot{x} - \gamma_2 \dot{x}^2 - \dots \quad (1.14)$$

Нулевой член в уравнении (1.14) должен быть равен нулю, т.к. на покоящееся тело не действует сила трения, а членами более высоких порядков можно пренебречь. Для системы со многими степенями свободы обобщенная сила трения, соответствующая координате  $x_i$ , является функцией вида

$$f_{mp,i} = -\sum_k \gamma_{ik} \dot{x}_k. \quad (1.15)$$

Методами статистической физики (предполагая ее применимость к ядерной системе с большим числом нуклонов) можно показать, что всегда справедливо равенство  $\gamma_{ik} = \gamma_{ki}$  [69]. Поэтому силы трения (1.15) могут быть записаны в виде производной

$$f_{mp,i} = -\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}$$

от квадратичной формы

$$F = \frac{1}{2} \sum_{ik} \gamma_{ik} \dot{x}_i \dot{x}_k, \quad (1.16)$$

которая называется диссипативной функцией Релея и входит в уравнения Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} = \frac{\partial L}{\partial x_i} - \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}, \quad (1.17)$$

здесь  $L$  – лагранжиан системы. Диссипативная функция имеет важный физический смысл: она определяет скорость диссипации энергии в системе, а именно

$$dE/dt = -2F.$$

Уравнения (1.17) могут быть использованы для описания столкновения тяжелых ионов при низких энергиях в том случае, когда справедливы исходные предположения. Основной задачей при этом является определение тензора ядерных сил трения  $\gamma_{ik}$ , который, вообще говоря, является функцией координат. Рассмотрим подробнее два модельных подхода к этой задаче: модель поверхностного трения [34,61,65] и так называемую модель одной диссипации («one body dissipation») [66-68].

### 1.3.1. Модель поверхностного ядерного трения

Авторы работ [34,65] при определении тензора  $\gamma_{ik}$  предполагают, что ядерное трение является существенно поверхностным эффектом. В силу этого диссипативную функцию Релея они представляют в виде

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \gamma_S \dot{\mathbf{d}}_S^2, \quad (1.18)$$

где  $\dot{\mathbf{d}}_S$  - вектор относительной скорости поверхностей сталкивающихся ядер,  $\gamma_S$  - искомый тензор трения. Диагональные коэффициенты трения обычно определяются подгонкой к эксперименту, например, к сечению слияния тяжелых ионов в области низких энергий [34,65]. В частности, радиальный и тангенциальный коэффициенты трения в модели поверхностного трения согласно [34] равны

$$\begin{aligned} \gamma_r &= \gamma_r^{(0)} \left( \frac{\partial V_N}{\partial r} \right)^2, & \gamma_r^{(0)} &= 3.5 \times 10^{-23} \text{сек} / \text{МэВ}, \\ \gamma_\varphi &= \gamma_\varphi^{(0)} \left( \frac{\partial V_N}{\partial r} \right)^2, & \gamma_\varphi^{(0)} &= 0.01 \times 10^{-23} \text{сек} / \text{МэВ}, \end{aligned} \quad (1.19)$$

здесь  $V_N$  - потенциал ядерного взаимодействия, а  $\mathbf{r} \equiv \{r, \varphi\}$  - радиус-вектор относительного движения сталкивающихся тяжелых ионов. Для определения недиагональных членов, описывающих связь коллективных степеней свободы между собой, необходимы дополнительные упрощения, например рассмотрение столкновения деформируемых ядер в геометрии «нос-к-носу» [61].

Модель поверхностного трения в такой формулировке с хорошей точностью

воспроизводит обширные данные по сечению захвата и образования составного ядра для ядерных систем с различной массовой асимметрией при надбарьерных энергиях [61]. Расхождения возникают для реакций при подбарьерных энергиях столкновения. Поэтому можно сказать, что модель поверхностного трения с универсальной параметризацией ядерного взаимодействия корректно описывает основные особенности распределений продуктов глубоко-неупругих реакций для различных систем, хорошо согласуется с данными по сечению полного слияния и обладает определенной предсказательной силой. Заметим, однако, что выбор форм-фактора в виде (1.19) в работе [65] является чисто интуитивным и вряд ли может строго обоснован.

### 1.3.2. Модель «однотельного» трения («one-body dissipation»)

Для определения явного вида диссипативных сил, предположения, сделанные в начале раздела 1.3 авторы работ [66-68] дополнили следующими:

- Движение, связанное с коллективными степенями свободы, искажает внутреннее одночастичное движение, т.е. диссипация энергии происходит за счет нерегулярного внутреннего движения и его связи с коллективными степенями свободы.
- Средние поля ядерных объектов представляются как сосуды с упругими стенками. Нуклоны в этом поле двигаются почти свободно и упруго рассеиваются на стенках сосуда.
- Столкнувшиеся со стенкой частицы должны вновь приобрести равновесное распределение скоростей до следующего контакта с ней.

Второй и третий пункты на первый взгляд противоречат друг другу. Однако внутреннее возбуждение ядерной системы приводит к росту сечения взаимодействия нуклонов внутри ядра и достаточно быстрому установлению равновесного состояния. Тем не менее, как отмечают сами авторы, третье условие часто не выполняется, поэтому, например, коэффициенты трения, извлеченные из данных о гигантском квадрупольном резонансе, оказываются примерно в три раза меньше предсказываемых в данной модели.

Авторы работ [66-68] в рамках модели однотельного трения разделяют два

случая: диссипация, связанная с коллективным движением стенок потенциальной ямы - «wall dissipation», и трение при столкновении двух ядер, возникающее за счет обмена нуклонам через открывшееся потенциальное окно - «window friction».

Сделанные выше предположения, позволяют выразить диссипативную функцию через импульс, унесенный столкнувшимися со стенкой частицами за единицу времени (wall dissipation) и через градиент химического потенциала (разницу в энергии связи сталкивающихся ядер), относительную скорость и разницу температур двух сталкивающихся ядер (window friction) [68].

Объединение этих двух видов диссипации (wall-plus-window) требует определения коллективных степеней свободы для того, чтобы четко разделить двух-ядерные конфигурации (размеры потенциального окна – шейки – между ядрами малы в сравнении с размерами ядер) и моноядерные конфигурации (радиус шейки больше или равен радиусу сталкивающихся ядер). В первом случае основную роль играет обменная диссипация (window friction), во втором случае - wall dissipation.

В заключении отметим, что модель «однотельного» трения отличается последовательностью и общностью построения, не содержит в себе подгоночных параметров. Использование ее в рамках любой параметризации формы ядерной системы не требует введения ограничений на геометрию, как в случае модели поверхностного трения. Учет сил трения согласно данной модели и выбор удачной параметризации формы ядер позволяют удовлетворительно описать угловые и энергетические распределения квазиупругих и частично глубоко-неупругих реакций, массово-энергетические распределения продуктов деления и квазиделения, сделать предсказания о разделении энергии возбуждения между продуктами реакции, хорошо согласующиеся с экспериментом [67].

Одним из недостатков данного подхода является завышенное значение коэффициентов трения, даваемых в приближении «wall dissipation». Это приводит к переоценке вклада диссипативных процессов в сечение реакции и к увеличению времени взаимодействия. Таким образом, неудовлетворительно описывается процесс перехода от двухядерной системы к моноядру, а, следовательно, и всех про-

цессов происходящих при малых прицельных параметрах и больших перекрытиях сталкивающихся тяжелых ионов. Исходные предпосылки накладывают также ограничения на диапазон начальных энергий, при которых работает данная модель: энергия  $E_0/A$  должна быть не больше четверти энергии Ферми. И, наконец, модель не применима к реакциям с участием легких ядерных систем.

#### 1.4. Флуктуации. Случайные силы. Уравнения Ланжевена.

Учет диссипативных ядерных сил и дополнительных коллективных степеней свободы позволяет расширить область применимости классического подхода к анализу реакций с участием тяжелых ионов, оставляя, однако, недоучтенными одночастичные степени свободы. Феноменологические диссипативные силы, введенные в уравнение Лагранжа (1.17), описывают процессы возбуждения одночастичных состояний в сталкивающихся ядрах за счет уменьшения кинетической энергии коллективного движения, но не позволяют учесть обратный эффект, а именно влияние внутриядерного движения на коллективные моды. Эта задача решается в целом ряде работ [35,57,67,70-75] путем введения в классические уравнения движения случайных ланжевенских сил, т.е. переходом от уравнений Гамильтона к уравнениям Ланжевена. В рамках такого подхода медленные коллективные ядерные моды движения трактуются как броуновские частицы, двигающиеся в нагретой среде («heat bath»), образуемой более «быстрыми» нуклонными степенями свободы. Такое допущение основывается на предположении, что время релаксации одночастичных степеней свободы  $\Delta\tau_{in}$  значительно меньше характерного времени ядерного взаимодействия  $\Delta\tau_{coll}$  (Марковский процесс).

Система ланжевенских уравнений движения в простейшем случае записывается следующим образом

$$\dot{q}_i = \frac{p_i}{m_i}, \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial V}{\partial q_i} - \sum_j \gamma_{ij}(\mathbf{q}) \frac{p_j}{m_j} + \mathfrak{R}(\mathbf{q}(t), t), \quad (1.20)$$

где  $\{\mathbf{q}, \mathbf{p}\}$  – набор коллективных координат и сопряженных им импульсов,  $\gamma_{ij}(\mathbf{q})$  – тензор ядерного трения, а  $\mathfrak{R}(\mathbf{q}(t), t)$  – зависящая от времени ланжевенская сила,

удовлетворяющая следующим условиям

$$\langle \mathfrak{R}(q_i(t), t) \rangle = 0, \quad \langle \mathfrak{R}(q_i(t), t) \mathfrak{R}(q_i(t'), t') \rangle = 2D(q_i) \delta(t - t'), \quad (1.21)$$

где  $D(q_i)$  – амплитуда случайной силы. Следовательно, можно записать  $\mathfrak{R}(q_i(t), t) = \sqrt{D(q_i)} \Gamma(t)$ , где  $\Gamma(t)$  – стохастическая переменная с гауссовым законом распределения, т.е.  $\langle \Gamma(t) \rangle = 0$  и  $\langle \Gamma(t) \Gamma(t') \rangle = \delta(t - t')$ . Флуктуационно-диссипативная теорема [69] (с. 423) связывает диссипативные и ланжевенновы силы соотношением  $D(q) = \gamma(q)T$ , здесь  $T$  – ядерная «температура». Это показывает, что стохастические и диссипативные силы имеют одинаковую природу – связь коллективного и внутреннего движений.

Амплитуда ланжевеновой силы явным образом зависит от температуры ядра, которая известным образом [76] выражается через энергию возбуждения  $E^*(t)$  и параметр плотности уровней  $a$  данного ядра

$$T(t) = \sqrt{E^*(t)/a}.$$

Таким образом, ядерная температура является динамической величиной, увеличивающейся с ростом энергии возбуждения. Поэтому амплитуда случайной силы тем больше, чем больше энергия возбуждения системы.

Выбор коллективных координат, вида диссипативной функции при описании ядерных процессов определяется спецификой задачи. Можно разделить двухтельные (во входном канале присутствуют два сталкивающихся ядра) и однотельные подходы (например, входной канал - возбужденное делящееся ядро). В работах [34,57,70,71] модель поверхностного трения (раздел 1.3.1) на основе уравнений Ланжевена применяется к анализу глубоко-неупругих реакций и процессов слияния тяжелых ионов. Авторы работы [57] указывают, что введение стохастических сил в уравнения движения сталкивающихся тяжелых ионов позволяет более детально описать экспериментальные данные в сравнении с моделью поверхностного трения [61,65]. В частности, парциальные сечения слияния и неупругого рассеяния  $\sigma_l$  для реакций с тяжелыми ионами в модели с флуктуациями [57,70] не определяются одним лишь критическим моментом  $l_{cr}$ , а оказываются перекрывающимися распределениями и находятся в количественном согласии с экспериментом. Угловые и энер-

гетические распределения продуктов глубоко неупругих реакций (на примере реакций  $^{209}\text{Bi} + ^{136}\text{Xe}$ ,  $U + Au$ ) также находят удовлетворительное описание [57].

Во многих работах «однотельный» ланжевеновский подход применялся для описания процессов деления возбужденных атомных ядер [57,66,67,72-74,77]. Основное различие при этом заключалось в выборе параметризации формы ядерной поверхности (выбор коллективных переменных), тензора ядерного трения, способа расчета потенциальной энергии и дополнительных упрощений модели. Система уравнений (1.20) в однотельном случае должна быть переписана в более общем виде

$$\begin{aligned} \dot{q}_i &= \sum_j M_{ij}^{-1}(\mathbf{q}) p_j, \\ \dot{p}_i &= K_i(\mathbf{q}) - \frac{1}{2} \sum_{jk} \frac{\partial M_{ij}^{-1}(\mathbf{q})}{\partial q_i} p_j p_k - \sum_j \gamma_{ij}(\mathbf{q}) M_{ij}^{-1}(\mathbf{q}) p_k + \sum_j g_{ij}(\mathbf{q}) \Gamma_j(t), \end{aligned} \quad (1.22)$$

где  $K_i(\mathbf{q})$  - консервативные потенциальные силы,  $M_{ij}(\mathbf{q})$  и  $\gamma_{ij}(\mathbf{q})$  - массовый тензор и тензор ядерного трения, зависящие от выбора параметризации. Последнее слагаемое во втором уравнении описывает действие случайных сил.

В работе [57] приводится краткий обзор целого ряда различных моделей, применяемых при описании ядерного деления, и основанных на решении уравнения Фоккера-Планка и уравнений Ланжевена (1.22). Там же, в частности, указывается, что наиболее последовательным подходом является модель, в которой решение системы динамических уравнений (1.22) комбинируется со статистической моделью, описывающей процессы испускания гамма-квантов и легких частиц ( $n$ ,  $p$  и  $\alpha$ ) [72-74]. Такие подходы успешно применяются для детального описания процессов деления и образования испарительного остатка (в частности, для области сверхтяжелых элементов).

В заключение отметим некоторые недостатки модели. Модель неприменима к ядерным процессам при скоростях сравнимых со скоростью Ферми, когда энергия возбуждения составляет сотни МэВ и доминирующую роль играют процессы фрагментации. В силу классичности уравнений движения не удастся описать эффекты квантового характера (например, подбарьерное слияние тяжелых ионов).

## 1.5. Потенциальная энергия межъядерного взаимодействия

Задача определения потенциала взаимодействия между тяжелыми ионами принадлежит к числу важных и нерешенных до конца проблем ядерной физики. При исследовании в рамках классических подходов динамики тяжело-ионных столкновений выбор вида потенциальной энергии играет важную роль. В этом разделе кратко описаны способы получения информации о форме потенциальных ядро-ядерных сил и даны определения некоторых феноменологических потенциалов.

Последовательный микроскопический подход к вычислению потенциала взаимодействия двух ядер предполагает точное решение многочастичного уравнения Шредингера с реалистическим нуклон-нуклонным потенциалом, учитывающим корреляции более высокого порядка, чем их парное взаимодействие. Такая задача невыполнима на данный момент. Поэтому основным источником наших знаний о силах, действующих между тяжелыми ионами, являются экспериментальные данные, например, по упругому или неупругому рассеянию ядер.

Микроскопическое построение оптического потенциала (ОП), описывающего упругое рассеяние ядер, требует знания полной волновой функции ядерной системы. Оказалось, однако, что основные особенности сечений упругого рассеяния тяжелых ионов могут быть описаны с помощью феноменологического комплексного потенциала в рамках оптической модели. Действительно, в ходе столкновения происходит возбуждение большого числа степеней свободы. Такие процессы могут быть эффективно учтены введением мнимой части потенциала, которая связана со средней длиной свободного пробега частицы в ядре  $\lambda = -\hbar v/2W(r)$ .

Исходя из предположения о том, что среднее поле нуклон-ядерного взаимодействия должно приближенно следовать за распределением плотности нуклонов в ядре, Вудс и Саксон [78] предложили использовать для описания угловых распределений упругого рассеяния нуклонов на ядрах простую форму потенциала

$$V(r) = -\frac{V_0(1+i\xi)}{1 + \exp[(r - R_V)/a_V]} \quad (1.23)$$

Успешное применение потенциала (1.23) к описанию нуклонного рассеяния и

постота оптической модели стимулировали ее применение также и к анализу тяжело-ионного рассеяния [30].

Потенциал ядро-ядерного взаимодействия (1.23) обладает рядом существенных недостатков. Полученный на основе данных об упругом рассеянии, он несет достоверную информацию о взаимодействии в периферической области. Хорошо известно, в частности, что величина вещественной части оптического потенциала в центральной области не оказывает существенного влияния на сечение упругого рассеяния, т.к. соответствует вкладу парциальных волн с малыми  $l$  в присутствии сильного поглощения. Это приводит к дискретной и непрерывной неоднозначности выбора параметров в (1.23) [79], когда существенно различные наборы параметров  $V_0$ ,  $R_V$  и  $a_V$  дают одинаково хорошее описание экспериментальных данных. Таким образом, для получения надежной информации о ядро-ядерном потенциале необходимо привлекать наиболее полные экспериментальные данные (например, по упругому и неупругому рассеянию в широком диапазоне углов и энергий), а усиление роли малых орбитальных моментов равносильно продвижению в область меньших  $r$  вглубь ядра.

Потенциал ядро-ядерного взаимодействия может быть построен также на основе двух крайних приближений: адиабатического и внезапного столкновения. Первое из них справедливо для низких энергий, когда по мере сближения происходит плавное изменение внутренней структуры ядер и энергетически выгодное изменение плотностей. Внезапное столкновение происходит настолько быстро, что ядра не испытывают сколь-либо существенного изменения внутреннего состояния за время реакции. В последнем случае в области перекрытия ядер увеличение плотности должно приводить к возникновению дополнительного отталкивания на малых расстояниях.

Простейшим примером адиабатического приближения служат методы, основанные на жидко-капельной модели ядра. Поскольку ядерное вещество в этом случае считается несжимаемым, то изменение потенциальной энергии происходит за счет изменения площади поверхности системы сливающихся капель и кулоновского

взаимодействия. Разность поверхностной энергии двух слившихся и разнесенных на большое расстояние ядерных капель определяется по известной эмпирической формуле (см. например [80])

$$V_0 = b_{surf} \left[ (A_1 + A_2)^{2/3} - A_1^{2/3} - A_2^{2/3} \right], \quad (1.24)$$

где  $b_{surf} \cong 17$  МэВ. Выражение (1.24) дает параметр  $V_0$  в формуле (1.23). Радиус потенциала обычно определяется из предположения о насыщении ядерных сил –  $R_V = r_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ , а параметр диффузности из каких-либо дополнительных предположений основанных на эксперименте. Построенные на основе модели жидкой капли ион-ионные потенциалы хорошо описывают взаимодействие на краю ядра и, в частности, позволяют правильно рассчитать сечение полного слияния тяжелых ионов.

Одним из наиболее последовательных подходов к определению ядроядерного взаимодействия является вычисление так называемого потенциала свертки [81,82]. В общей форме он записывается в виде интеграла по объемам снаряда и мишени

$$V(r) = \iint d\mathbf{r}_p d\mathbf{r}_t \rho_p(r_p) V_{NN}(|\mathbf{r} + \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_t|) \rho_t(r_t). \quad (1.25)$$

Здесь  $\rho_{p,t}(r)$  - распределение плотности нуклонов в ядрах снаряда и мишени, а  $V_{NN}(r)$  - эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие. В литературе известно большое число потенциалов свертки, рассчитанных на основе различных видов  $V_{NN}(r)$ . Общим их свойством является переоценка глубины реальной части ядроядерного взаимодействия вблизи радиуса сильного поглощения на величину порядка 20 – 50 %. На меньших расстояниях для потенциалов свертки характерно сильное притяжение, порядка сотен МэВ. Плотностная зависимость нуклон-нуклонного взаимодействия значительно улучшает результат.

В работе [83] макроскопический потенциал ядерного взаимодействия строится на основе теоремы о контактных силах. Эта теорема справедлива для системы двух тел с малой кривизной и диффузностью. Согласно ей, сила взаимодействия между телами представима в виде произведения двух факторов: (1) поверхностная

энергия взаимодействия между плоскими и параллельными слоями той же материи, (2) геометрический фактор, связан с кривизной поверхностей тел. В предположении, что массы рассматриваемых ядер велики, а ширина поверхностного слоя значительно меньше радиуса ядра, авторы работы [83] показали, что потенциал взаимодействия между сферическими ядрами выражается в виде (потенциал «proximity»)

$$V(r) = 4\pi\sigma b\bar{R}_{12}\Phi(s), \quad (1.26)$$

где  $\sigma \approx 0.95 \text{ МэВ фм}^{-2}$  – коэффициент поверхностного натяжения ядерного вещества,  $b \approx 1 \text{ фм}$  – ширина поверхностного слоя,  $\bar{R}_{12}^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1}$  – локальная кривизна ядерных поверхностей, а  $s = (r - R_1 - R_2)/b$ . Функция  $\Phi(s)$  универсальна для всех ядер, а ее вид зависит от выбора модели, выбранной для описания свойств ядерной материи. В частности, вычисленная в рамках модели Томаса-Ферми функция  $\Phi(s)$  табулирована в [83]. Для практических же целей удобно использовать ее аналитическое приближение

$$\Phi(s) = \begin{cases} -1.7817 + 0.927s + 0.143s^2 - 0.095s^3, & s \leq 0 \\ -1.7817 + 0.927s + 0.01696s^2 - 0.05148s^3, & 0 \leq s \leq 1.9475. \\ -4.41\exp(-s/0.7176), & s \geq 1.9475 \end{cases} \quad (1.27)$$

В случае ненулевой деформации ядер формула (1.26) останется неизменной, но радиусы половинной плотности  $R_{1,2}$  ядер, входящие в выражение для параметра  $s$ , должны быть представлены в виде разложения (1.10). Необходимо учесть также изменение локальной кривизны  $\bar{R}_{12}(\alpha_1, \theta_1, \alpha_2, \theta_2)$ , которая в общем случае будет сложной функцией деформаций  $\alpha_i$  и углов  $\theta_i$ . Аналогично можно учесть деформацию ядерных поверхностей и при вычислении потенциала Вудса-Саксона (1.23) или потенциала свертки (1.25).

Перечисленные выше формы потенциалов ядро-ядерного взаимодействия широко применяются при анализе динамики столкновения тяжелых ионов в рамках классических моделей. Построенные на основе различных подходов, они дают достаточно правильные значения величины и положения кулоновского барьера, асимптотического поведения потенциала и удовлетворительное описание экспериментальных данных различного рода. Однако, являясь феноменологическими, они мо-

гут служить лишь ориентиром для более точных микроскопических методов построения межъядерного потенциала взаимодействия, а детальное изучение широкого круга процессов протекающих при ядро-ядерных столкновениях, доступное на данный момент только в рамках полуклассических подходов, может дать дополнительную информацию о зависимости потенциальной энергии от различных степеней свободы ядерной системы.

## 1.6. Нелинейная динамика, неустойчивость и хаос в ядерных системах

С примерами нелинейных динамических систем приходится сталкиваться при решении задач в различных областях знаний. Под динамической системой принято понимать любую систему, состояние которой изменяется во времени в соответствии с определенным оператором эволюции. Анализ динамической системы проводится на основе ее математической модели, для определения которой необходимо задать совокупность  $N$  динамических переменных и оператор эволюции. Последний может быть определен в виде системы дифференциальных или интегральных уравнений, в виде дискретных отображений или каким-либо другим способом. Нелинейность оператора эволюции определяет нелинейность динамической системы. Общность всех нелинейных динамических систем заключается в их неинтегрируемости в квадратурах [84,85]. В дальнейшем ограничимся рассмотрением консервативных автономных динамических систем, т.е. систем с сохраняющимся фазовым объемом и оператором эволюции, независимым от времени явно. Общая теория нелинейных динамических систем изложена, например, в [84-86].

Состояние динамической системы в момент времени  $t$  определяется совокупностью  $2N$  ее динамических переменных  $\mathbf{x}(t) = \{q_1(t) \cdots q_N(t), p_1(t) \cdots p_N(t)\}$ . Множество всех состояний называется  $2N$ -мерным фазовым пространством системы. Оператор эволюции однозначно связывает состояние системы  $\mathbf{x}(t_1)$  с состоянием  $\mathbf{x}(t_2)$ . Последовательность состояний, через которые система проходит под действием оператора эволюции, называется фазовой траекторией. Один из методов анализа динамических систем основан на анализе фазового портрета системы,

т.е. множества характерных фазовых траекторий. Фазовый портрет (траектории или сечения Пуанкаре) изучается на предмет выявления особых точек – состояний устойчивого и неустойчивого равновесия системы [84,87,88], движение вблизи которых определяет динамику движения. Однако такой подход эффективен для систем с малым числом степеней свободы и малым числом особых точек. Если в фазовом пространстве системы присутствуют несколько близких точек неустойчивого равновесия, то движение в этой области становится сложным и его траекторный анализ затруднен.

Важнейшей характеристикой движения системы является его устойчивость. Нестрого говоря, движение  $\mathbf{x}_0(t)$  устойчиво по Ляпунову, если малое начальное возмущение  $\mathbf{y}(0) = \mathbf{x}(0) - \mathbf{x}_0(0)$  не нарастает при  $t \rightarrow \infty$ . Возмущение  $y_i(t)$  вдоль  $i$ -ой составляющей вектора  $\mathbf{x}_0(t)$  можно представить в виде

$$y_i(t) = y_i(0) \exp(\gamma_i t). \quad (1.28)$$

Знак показателя  $\gamma_i$  определяет нарастание ( $\gamma_i > 0$ ) или убывание ( $\gamma_i \leq 0$ ) возмущения. Величина  $\gamma_i$  в общем случае зависит от фазовой точки, поэтому (1.28) выполняется лишь в малой окрестности  $\mathbf{x}_0(t=0)$ , т.е. локально. Таким образом, количественной мерой неустойчивости фазовой траектории может служить показатель устойчивости Ляпунова, определяемый как

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{t} \ln |y_i(t)| \right). \quad (1.29)$$

Для системы с  $N$  степенями свободы существует  $N$  показателей Ляпунова, образующих спектр ляпуновских показателей данной системы. Если все  $\lambda_i$  расположить в порядке возрастания и  $\lambda_k$  – последний неположительный показатель, то локальная неустойчивость характеризуется суммой  $h = \sum_{j>k}^N \lambda_j$ .

Существование локальной неустойчивости тесно связано с «перемешиванием» в фазовом пространстве, которое приводит к увеличению фазового объема системы. Такое поведение характерно даже для консервативных систем, в которых фазовый объем сохраняется, в то время как ограничивающая его поверхность при неустойчивом движении приобретает очень сложную форму. Такие системы называют  $K$ -системами. В этом случае огибающая для данного объема ограничивает объем,

увеличивающийся со временем как  $\overline{\Delta V} = \Delta V_0 \exp(\langle h \rangle t)$ , где  $\langle h \rangle$  – усредненное  $h$  по всем направлениям и всему фазовому пространству. Энтропия огрубленного фазового объема определяется как  $\overline{S} = \ln \overline{\Delta V} = \langle h \rangle t + \ln \Delta V_0$ , откуда получаем так называемую энтропию Колмогорова-Синяя

$$H = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \overline{S} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} (\langle h \rangle t + \ln \Delta V_0) = \langle h \rangle. \quad (1.30)$$

Если система совершает регулярное движение, то  $\overline{\Delta V} = const$  и следовательно  $H = 0$ , переход к хаотическому движению означает, что  $H > 0$ .

Введенные выше определения и величины дают возможность определить понятие детерминированного хаоса. Если под «хаосом» принято понимать непредсказуемое и невоспроизводимое поведение системы, а под «детерминированностью» понимают однозначную связь причины и следствия (каждую фазовую точку оператор эволюции однозначно переводит в другую), то «детерминированный хаос» - это неустойчивое движения динамической системы с заданным оператором эволюции. Проявление хаотического движения в физических процессах – явление широко распространенное, но связанное часто с неконсервативностью действующих сил (например, броуновское движение). Детерминированный хаос присущ именно консервативным системам, поэтому изучение свойств таких систем интересная и важная проблема, возникающая в астрофизике, химии, атомной и ядерной физике.

Наиболее общая формулировка задачи, встречающейся в ядерной физике (как и в других науках), требует нахождения решения системы динамических уравнений, гамильтониан которой содержит слабый возмущающий фактор (например, остаточное взаимодействие нуклонов в ядре или несимметричная добавка к среднему полю)

$$H = H_0(q_i, p_i) + \varepsilon V(q_i, p_i), \quad i = \overline{1, N}, \quad (1.31)$$

где  $H_0$  - гамильтониан, описывающий регулярное движение, а величина  $\varepsilon \ll 1$ . Теорема Лиувилля-Арнольда [89] утверждает, что траектории регулярной гамильтоновой системы ( $\varepsilon = 0$ ) являются условно-периодическими с характерными частотами  $\omega_i$  и лежат на поверхности  $N$ -мерного тора. При малых возмущениях  $\varepsilon \ll 1$

вступает в силу КАМ-теорема, утверждающая, что большинство инвариантных торов не разрушается, а слегка деформируется. Разрушившиеся торы заполняют пространство между возмущенными инвариантными торами (области хаотического движения), при этом существуют начальные условия, при которых система уходит сколь угодно далеко от своей невозмущенной траектории (диффузия Арнольда). Полное разрушение инвариантных торов приводит систему к глобальному хаосу.

Регулярность движения, описываемого гамильтонианом  $H_0$ , означает, что движение вдоль всех  $N$  степеней свободы системы устойчиво (например, независимо). Другими словами, существует  $N$  первых интегралов движения, а значит, переменные в задаче разделяются, система становится интегрируемой в квадратурах, а гамильтониан обладает целым рядом симметрий. Введение возмущающего фактора в (1.31) приводит к разрушению симметрии гамильтониана и неинтегрируемости системы, возникновению связи различных степеней свободы и появлению неустойчивости решений.

В применении к реальным ядерным системам прямое использование методов анализа неустойчивого движения, которые изложены выше, затруднительно. Анализ фазовых портретов сложен из-за большого числа степеней свободы и сложного рельефа потенциальной поверхности (см., например, раздел 2.2). Кроме того, его информационная ценность невелика, т.к. по виду, например, сечений Пуанкаре можно лишь качественно оценить степень хаотизации системы. Показатель Ляпунова характеризует локальную неустойчивость и может быть ассоциирован в общем случае лишь с конкретной фазовой траекторией, а не со всей системой. Тем более сложно определить его для инфинитного движения (например, состояний рассеяния). В качестве показателя Ляпунова часто используют усредненную по большому числу траекторий величину  $h$ , т.е. энтропию  $\langle h \rangle$ . Однако такое определение оправдано лишь для глобально-хаотических систем, т.е. для систем, все фазовые траектории которых характеризуются близкими по величине показателями Ляпунова. Для системы с «мягким хаосом», когда сосуществуют регулярный и нерегулярный режимы движения, невозможно поставить в соответствие определенную величину  $h$ .

Какое же практическое приложение в ядерной физике имеет изучение хаотического режима движения в рамках классической динамики? Хотя универсального количественного критерия хаотичности, как сказано выше, до сих пор нет, оказалось, что исследования в рамках упрощенных (модельных) подходов наблюдаемых величин несут полезную информацию. К таким моделям относятся бильярды различной формы и модели с гамильтонианом ангармонического осциллятора (например, задача Хенона-Хейлеса). Именно на примере этих моделей было показано, что хаос не есть прерогатива систем с большим числом степеней свободы, а является следствием разрушения симметрий гамильтониана (1.31) при  $\varepsilon \neq 0$ . Даже не прибегая к количественным оценкам на их основе можно сделать ряд важных заключений [90] о внутриядерной динамике. В частности, на движение нуклона в ядре оказывают влияние, как самосогласованное среднее поле, обуславливающее оболочечную структуру ядер, так и остаточное нуклон-нуклонное взаимодействие. Поэтому:

- если движение нуклонов в ядре регулярно (независимо, т.е.  $\varepsilon = 0$ ), можно ожидать сильного проявления оболочечных эффектов в структуре ядра.
- если движение нерегулярно ( $\varepsilon \neq 0$ ), оболочечные эффекты размываются, а статистические и жидко-капельные подходы становятся хорошим приближением при описании свойств ядерной системы.

Таким образом, хорошая точность описания ядерной структуры, достигаемая при использовании модели независимых частиц, может быть обусловлена не только действием принципа Паули, подавляющего нуклон-нуклонные корреляции, но и действием КАМ-теоремы, обеспечивающей выживаемость регулярных решений в присутствии остаточного взаимодействия [90,91]. Это, в свою очередь, свидетельствует о том, что в реальных ядерных системах величина  $\varepsilon$  не велика.

Несмотря на сложности указанные выше, в целом ряде работ для исследования динамики внутриядерного движения и ядро-ядерных столкновений в качестве математической модели используется система нелинейных классических уравнений движения. Появление хаотического режима движения нуклонов по мере роста деформации среднего поля ядра было продемонстрировано в работе [92] на примере

эволюции сечений Пуанкаре в двумерной модели движения нуклона в потенциале Вудса-Саксона разной степени деформации. В других работах [90,93-95] изучалась динамика движения нуклонов в деформируемом вибрирующем бильярде и, в частности, было показано, что переход к хаотическому режиму (разрушение инвариантных торов) приводит к сильной диссипации энергии колебаний стенок бильярда. В работах [96,97] в рамках классической молекулярной динамики изучался процесс фрагментации возбужденной многонуклонной системы ( $N \sim 100 - 300$ ) с парными потенциалами взаимодействия юкавовского типа. Величина  $\langle h \rangle$  для такой системы оказывается больше нуля, кроме того, существует критическое значение ядерной температуры, при которой хаос и флуктуации в системе максимальны, что, по аналогии с макроскопическими системами, соответствует наличию «фазового перехода» в ядерной материи. В рамках классической модели ядро-ядерных столкновений с учетом дополнительной степени свободы (вращение или колебание поверхности ядер) в работах [19,55,56,64,98] было показано появление хаотического режима рассеяния, который может быть ответственен за экспериментально наблюдаемые флуктуации в сечениях различных каналов реакции (подробно в главе 2).

Все сказанное выше относится к задачам классической механики. При переходе к квантовым системам ситуация усложняется. В квантовой механике отсутствуют фазовые траектории и, следовательно, теряет смысл понятие устойчивости движения. Это, казалось бы, исключает возможность существования «квантового хаоса». Однако исследования в этой области не прекращаются (см., например, [91, 99,100]). Основным направлением здесь является изучение модельных квантовых систем, классические аналоги которых являются  $K$ -системами, в надежде найти так называемые квантовые «отпечатки» классического хаоса. Единственным общепризнанным «отпечатком» такого рода, найденным при анализе квантовых бильярдов различной формы, является закон распределения уровней [101,102]. Оказалось, что для систем, у которых классический аналог стохастичен, распределение расстояний между соседними уровнями близко к вигнеровскому (отталкивание уровней), а для регулярных имеет пуассоновский вид. В качестве других критериев различными ав-

торами предлагается использовать, например, поведение амплитуд волновых функций [55], корреляционные функции амплитуд переходов и сечений [64], и другие величины, не являющиеся, однако, универсальными.

В работе [91] высказано мнение, что задача поиска «отпечатков» классического хаоса в квантовой механике некорректна, т.к. классическая механика есть предельный случай квантовой, а при таком переходе «... мы сталкиваемся с обеднением квантовой картины, но никак не с ее обогащением какими-либо «специфически классическими» явлениями». Автор предлагает искать более общие критерии устойчивости классического движения, сохраняющие свой смысл и в квантовом случае. В качестве таких величин могут выступать симметрии и связанные с ними интегралы движения, чьими квантовыми аналогами служат «хорошие» квантовые числа. Отсюда логично считать квантовую систему регулярной, если число «хороших» чисел  $M$  (симметрий гамильтониана) не меньше чем число степеней свободы  $N$ . Возмущение приводит к нарушению симметрий и уменьшению числа  $M$ , т.о. квантовую систему можно считать хаотичной, если  $M < N$ . Известным следствием такого нарушения является снятие вырождения уровней, которое и есть физическая причина вигнеровского отталкивания. В работе [91] вводится также и количественный критерий хаотичности, совпадающий в классическом пределе с показателем Ляпунова.

Отметим также, что необходимость описания типичных квантово-хаотических систем первоначально возникла именно в ядерной физике (например, резонансные состояния составного ядра). Накопленный за эти годы опыт решения таких задач и экспериментальный материал ставит ядерную физику в очень выгодное положение и возможно в ближайшем будущем приведет к решению многих проблем в этой области исследований.